

# Moment cinétique en grandes dimensions et problème de Horn

Alain Chenciner

Université Paris 7 & IMCCE (Observatoire de Paris)

<http://www.imcce.fr/Equipes/ASD/person/chenciner/chenciner.html>

## Abstract

Un *équilibre relatif* de  $n$  masses ponctuelles soumises à l'attraction newtonienne est un mouvement "de type corps solide" au cours duquel la configuration ne change pas. N'existant que pour des configurations très particulières, par exemple le triangle équilatéral pour 3 masses non collinéaires, un tel mouvement habite nécessairement un espace euclidien  $E$  de dimension paire  $2p$  et est déterminé à une rotation près par le choix d'une structure hermitienne  $J$  (voir [C1]). Son moment cinétique est un bivecteur que la structure euclidienne de  $E$  identifie à un endomorphisme  $J$ -anti hermitien. Il est donc caractérisé à une rotation près par le spectre de cet endomorphisme.

Le *problème de Horn* (voir [K, F]) consiste en la détermination de l'ensemble des spectres des matrices de la forme  $A + B$ , où  $A$  et  $B$  sont deux matrices hermitiennes dont les spectres sont fixés. À la fin des années 90, les travaux de Klyachko d'une part, Knutson et Tao d'autre part, ont prouvé la validité de la *conjecture de Horn* qui donne une description de cet ensemble.

Je montrerai comment la détermination de l'ensemble des spectres des endomorphismes associés aux moments cinétiques des équilibres relatifs d'une configuration donnée lorsque varie la structure hermitienne est lié à deux *problèmes de Horn*, l'un en dimension  $p$ , l'autre en dimension  $2p$ , qu'un lemme-clé de [FFLP] met en relation. Un rôle central est tenu par certaines structures hermitiennes liées aux symétries de l'ellipsoïde d'inertie de la configuration (voir [C2, CJ, CL]).

## References

- [C1] A. Chenciner *The Lagrange reduction of the  $N$ -body problem: a survey*, Acta Mathematica Vietnamica (2013) 38: 165-186
- [C2] A. Chenciner *The angular momentum of a relative equilibrium*, Discrete and Continuous Dynamical Systems (dedicated to the memory of Ernesto Lacomba) (2012), Volume 33, Number 3, March 2013, 1033-1047

- [CJ] A. Chenciner & H. Jiménez-Pérez *Angular momentum and Horn's problem*, Moscow Mathematical Journal, Volume 13, Number 4, October-December 2013, 621-630
- [CL] A. Chenciner & B. Leclerc *Between two moments* (dedicated to the memory of Jean-Marie Souriau), January 2014 <http://arxiv.org/abs/1401.0664>
- [FFLP] S. Fomin, W. Fulton, C.K. Li, Y.T. Poon, *Eigenvalues, singular values, and Littlewood-Richardson coefficients*, Amer. J. Math. **127**, no. 1, 101–127 (2005)
- [F] W. Fulton *Eigenvalues, invariant factors, highest weights, and Schubert calculus*, Bull. Amer. Math. Soc. (N.S.) **37** no. 3, 209-249 (2000)
- [K] A. Knutson *The symplectic and algebraic geometry of Horn's problem*, Linear Algebra and its Applications **319**, Issues 1-3, 61-81 (2000)